



GeoGebra známá i neznámá (začátečníci)

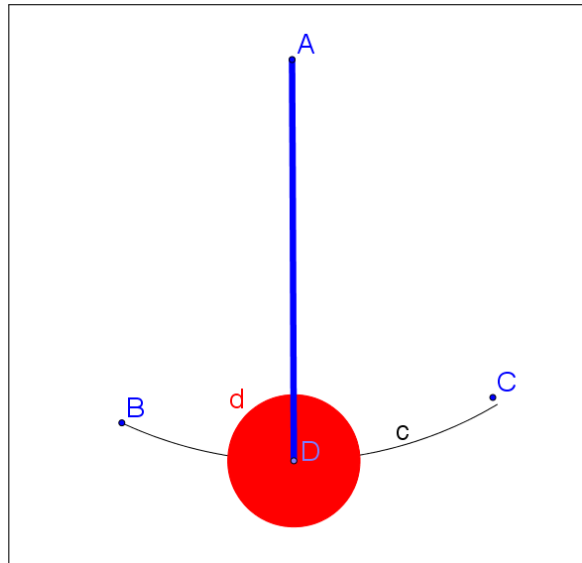
MODAM 2017

RNDr. Radomír Paláček, Ph.D.

Ing. Schreiberová Petra, Ph.D.

Příklad 1: Kyvadlo

Zadání: Vytvořte animaci kyvadla.



Obrázek 1: Kyvadlo.

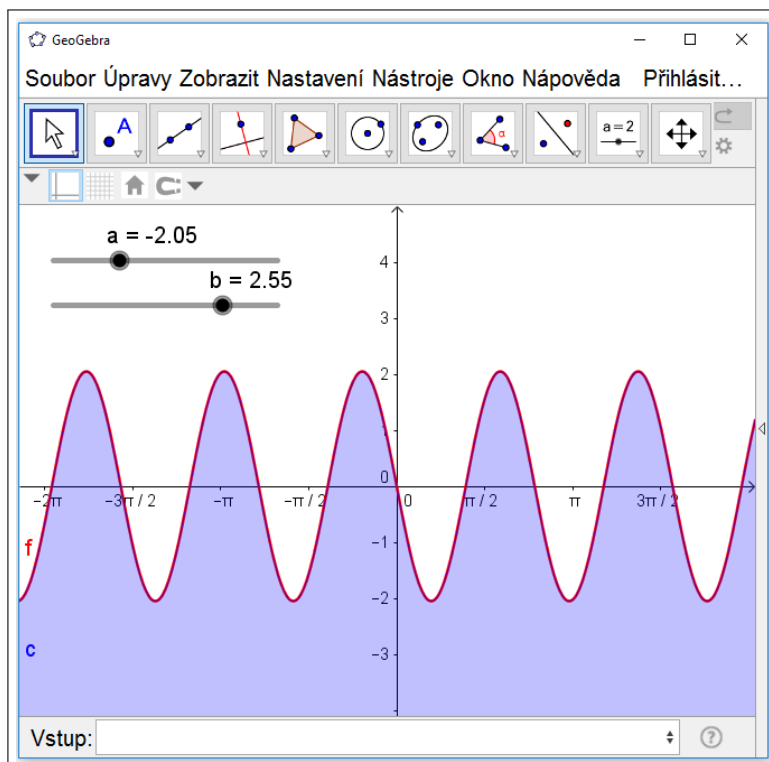
1.		Bod A (uchycení kyvadla).
2.		Bod B (pomocný bod).
3.		Bod C (pomocný bod).
4.		Kruhový oblouk určený středem (A) a dvěma body (B a C). Nazveme ho c.
5.		Bod na c. Nazveme ho D. V záložce <i>Algebra</i> nastavíme Opakování na oscilující a upravíme rychlost na 8.
6.		Úsečka A, D. V záložce <i>Styl</i> nastavíme tloušťku čáry na 13.
7.		Kružnice dána středem (D) a poloměrem 2. Zbarvíme červeně, Neprůhlednost nastavíme na 100.

Body B, C a kruhový oblouk c dáme nezobrazovat. Klikneme pravým tlačítkem myši na bod D a vybereme Animace zapnuta.

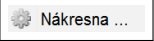
Tip: Pravým kliknutím myši na libovolný objekt a výběrem Zobrazit popis můžeme skrýt popis daného objektu.

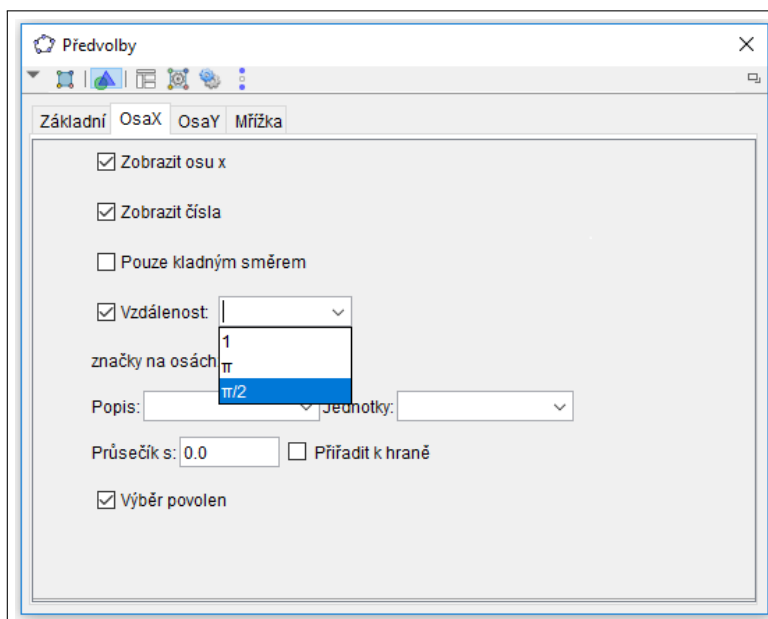
Příklad 2: Funkce $\sin(x)$

Zadání: Zobrazte v Nákresně funkci $f(x) = a \sin(bx)$, kde a , b jsou konstanty měnící se prostřednictvím posuvníků. Dále vyznačte plochu pod grafem funkce a změňte škálování osy x na násobky $\frac{\pi}{2}$.


Obrázek 2: Funkce $\sin(x)$.

1.	<input type="text" value="Vstup:"/>	<p>Do <i>Vstupu</i> zapíšeme: $a \sin(bx)$</p> <div data-bbox="625 1442 1155 1684" data-label="Image"> <p>The dialog box titled 'Vytvořit posuvníky' (Create sliders) is shown. It contains a small slider for parameter a with a value of 2. To the right of the slider is the text 'Vytvořit posuvník(y) pro: a, b'. At the bottom, there are two buttons: 'Vytvořit posuvníky' (Create sliders) and 'Storno' (Cancel).</p> </div> <p>Vzhledem k tomu, že hodnoty a a b nebyly předem definovány, tak se GeoGebra zeptá, zda má vytvořit posuvníky pro parametry a a b. Klikneme na <i>Vytvořit posuvníky</i>.</p>
----	-------------------------------------	--

Pro goniometrické funkce je přirozené, že měřítko na ose x je uváděno v násobcích π nebo $\frac{\pi}{2}$. Klikneme kdekoli do nákresny pravým tlačítkem myši, vybereme  a následně záložku *OsaX* (obr. 3).

Obrázek 3: Změna škálování na ose x .

2.	<input type="text" value="Vstup:"/>	Do <i>Vstupu</i> zapíšeme: $y \leq a \sin(b x)$
----	-------------------------------------	---

Klikneme pravým tlačítkem myši vytvořenou oblast, vybereme  *Vlastnosti ...* a následně záložku *Barva*. Tady si vyzkoušejte nastavení různých barev a hodnot *Neprůhlednosti*.

Náhodný pokus (NP) - je každý děj, jehož výsledek není předem jednoznačně určen podmínkami, za kterých probíhá. Navíc se předpokládá, že je, alespoň teoreticky, neomezeně opakovatelný.

Základní prostor Ω - je množina všech možných výsledků NP taková, že po provedení NP nastane právě jeden prvek Ω .

Elementární jev ω - je každý prvek Ω .

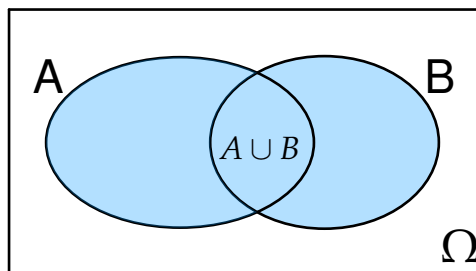
Náhodný jev A - je každá podmnožina Ω .

- jev nemožný - nenastane nikdy ($A = \emptyset$)
- jev jistý (ozn. I) - nastane vždy ($I = \Omega$)

Operace s jevy

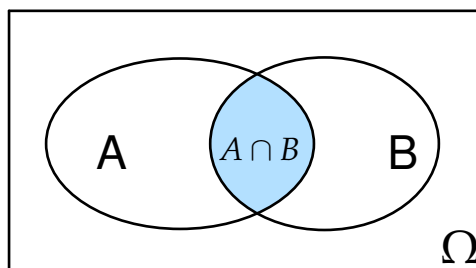
Sjednocení jevů A a B

- značíme $A \cup B$
- $A \cup B = \{\omega \in \Omega \mid (\omega \in A) \vee (\omega \in B)\}$
- nastoupení aspoň jednoho z jevů A a B („ A “ nebo „ B “)



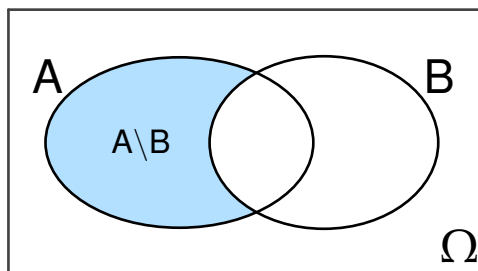
Průnik jevů A a B

- značíme $A \cap B$
- $A \cap B = \{\omega \in \Omega \mid (\omega \in A) \wedge (\omega \in B)\}$
- společné nastoupení jevů A a B („ A “ a zároveň „ B “)

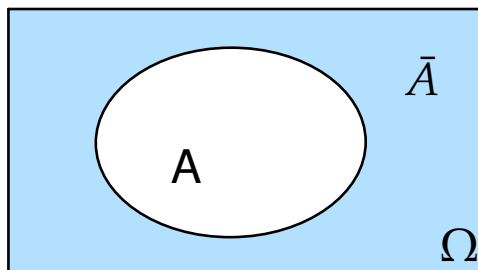


Rozdíl jevů A a B

- značíme $A \setminus B$ nebo $A - B$
- $A \setminus B = \{\omega \in \Omega \mid (\omega \in A) \wedge (\omega \notin B)\}$
- nastoupení A a současné nenastoupení jevu B



Doplňek jevu A - nastane právě tehdy, když nenastane jev A ($\bar{A} = \Omega \setminus A$)



Relace mezi jevy

Jev A je podjev jevu B

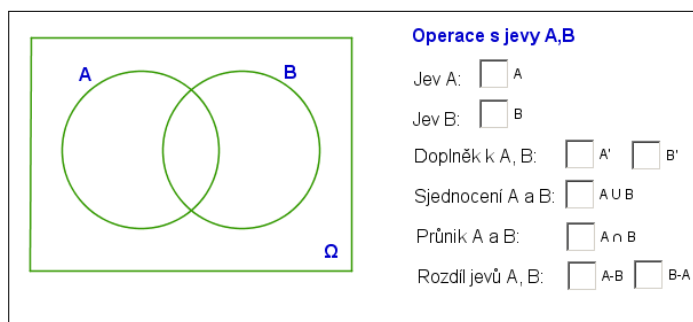
- značíme $A \subset B$
- $A \subset B \iff \{\forall \omega \in \Omega \mid (\omega \in A) \Rightarrow (\omega \in B)\}$
- z nastoupení jevu A plyne nastoupení jevu B

Rovnost jevů A a B

- značíme $A = B$
- $A = B \iff \{\forall \omega \in \Omega \mid (\omega \in A) \Leftrightarrow (\omega \in B)\}$
- jev A nastane právě tehdy, když nastane jev B

Příklad 3: Jevové operace

Zadání: Zkonstruuje základní operace s jevy - sjednocení, průnik a rozdíl.



Obrázek 4: Celkový náhled.

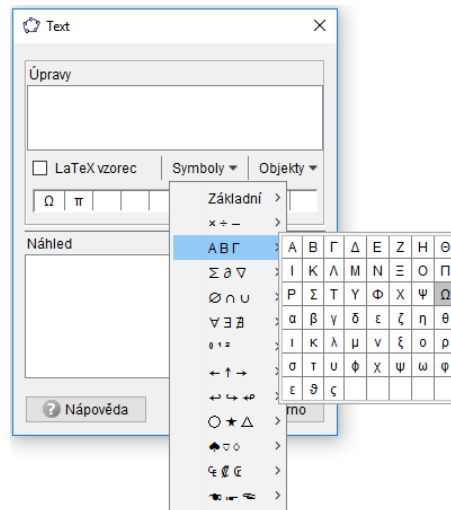
Konstrukce

Nejprve si vytvoříme obdélník představující základní prostor a poté všechny množiny, se kterými budeme pracovat.

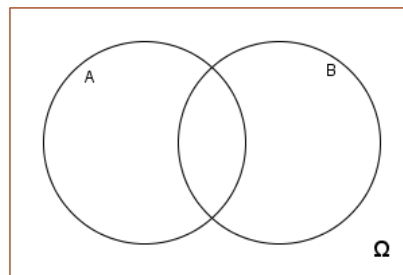
1.	<input type="text" value="Vstup:"/>	Do <i>Vstupu</i> zapíšeme: $A = (0, 0)$
2.	<input type="text" value="Vstup:"/>	Do <i>Vstupu</i> zapíšeme: $B = (6, 0)$
3.	<input type="text" value="Vstup:"/>	Do <i>Vstupu</i> zapíšeme: $C = (6, 4)$
4.	<input type="text" value="Vstup:"/>	Do <i>Vstupu</i> zapíšeme: $D = (0, 4)$
5.		Postupným klikáním na body A, B, C, D a znovu bod A vytvoříme obdélník, který pro nás bude představovat základní prostor Ω .
6.	ABC	Do pravého dolního rohu obdélníku vložíme symbol Ω (obr. 5). Ve <i>Vlastnostech</i> objektu text1 na záložce <i>Text</i> nastavíme velikost na <i>Střední</i> a písmo na tučné <input type="text" value="T"/>).

Jednotlivé množiny budou reprezentovány kružnicemi o poloměru 1.5.

7.		Klikneme do obdélníku a vytvoříme kružnici e se středem v bodě E a poloměrem 1.5 (ve <i>Vlastnostech</i> v záložce <i>Základní</i> nastavíme <i>popisek</i> na A a zaškrtneme <i>zobrazit popis: popisek</i>).
8.		Klikneme do obdélníku a vytvoříme kružnici f se středem v bodě F a poloměrem 1.5 (ve <i>Vlastnostech</i> v záložce <i>Základní</i> nastavíme <i>popisek</i> na B a zaškrtneme <i>zobrazit popis: popisek</i>).



Obrázek 5: Vložení symbolu Ω .




Obrázek 6: Množiny A a B , základní prostor Ω .

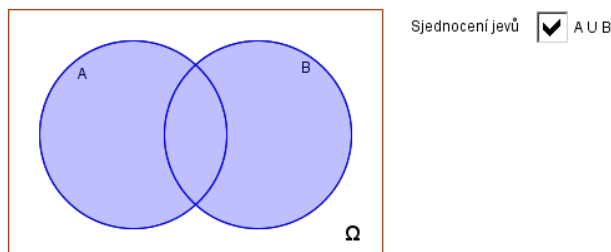
Ke znázornění jednotlivých operací s jevy lze zvolit různé přístupy, některé z nich jsou jednodušší, jiné jsou o poznání složitější. V následujících konstrukcích ukážeme některé z nich tak, aby se postupy neopakovaly.

Sjednocení jevů

Ke kopírování a vkládání rovnic a textů do *Vstupu* je možné použít klávesové zkratky **CTRL+C** a **CTRL+V**, což nám mnohdy může ulehčit práci.

1.	<input type="text" value="Vstup:"/>	<p>Z algebraického okna postupně zkopírujeme rovnice kružnic e, f. Vložíme je do <i>Vstupu</i> a upravíme (místo rovná se použijeme \leq a obě nerovnice spojíme logickou spojkou \vee):</p> $\leq \vee \leq$ <p>Logickou spojku \vee nalezneme pod α na konci <i>Vstupu</i>.</p>
2.	ABC	Do náčrtu vložíme text Sjednocení jevů:




3.		Do nákrasny vložíme zaškrťovací políčko (i), dáme mu popisek $A \cup B$.
4.		Ve vlastnostech nerovnosti definující sjednocení (Pro pokročilé) upravíme Podmínky zobrazení objektu: i .

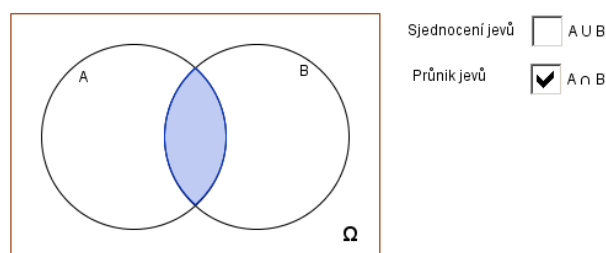


Obrázek 7: Sjednocení jevů.

Průnik jevů



Průnik lze znázornit obdobně jako sjednocení s využitím logické spojky \wedge . Ukážeme si způsob znázornění s využitím grafických nástrojů.

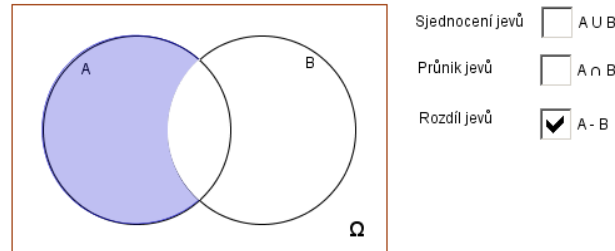
1.		Nalezneme průsečíky kružnic. Zvolíme nástroj a klikneme na kružnice e a f .
2.		Vytvoříme 2 oblouky - klikneme na střed kružnice a průsečíky (ve vlastnostech oblouků změňíme barvu a upravíme průhlednost).
3.	ABC	Do nákrasny vložíme text Průnik jevů:
4.		Do nákrasny vložíme zaškrťovací políčko (j), dáme mu popisek dáme mu popisek $\$A \cap B\$$.
5.		Ve vlastnostech oblouků (Pro pokročilé) upravíme Podmínky zobrazení objektu: j .



Obrázek 8: Průnik jevů.

Rozdíl jevů A-B

1.		Klikneme na první průsečík, pak na libovolný bod na kružnici pro jev A a na druhý průsečík.
2.		Ve vlastnostech oblouku změňíme barvu a případně upravíme neprůhlednost.
3.	<input type="text" value="Vstup:"/>	Do vstupu vložíme zkopírovaný oblouk, který jsme použili pro znázornění průniku ($\text{KruhObloukUhlu}[F, G, H]$).
4.		Ve vlastnostech oblouku změňíme barvu na bílou a nastavíme neprůhlednost na 100.
5.	ABC	Do nákresny vložíme text Rozdíl jevů:
6.	<input checked="" type="checkbox"/> 	Do nákresny vložíme zaškrťovací políčko (m), dáme mu popisek $A - B$.
7.		Ve vlastnostech použitých oblouků (Pro pokročilé) upravíme Podmínky zobrazení objektu: m .



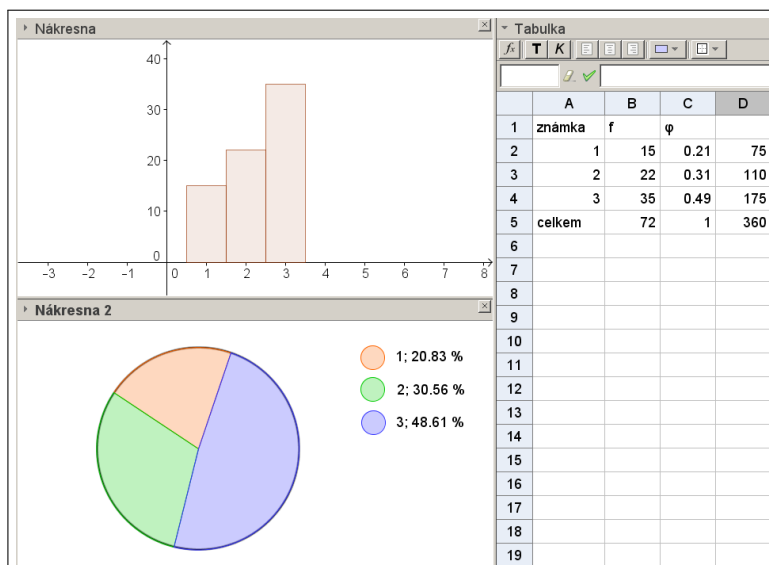
Obrázek 9: Rozdíl jevů.

Vyzkoušejte si:

1. Upravte Booleovské hodnoty tak, aby se vždy zobrazila pouze ta daná operace (Skriptování, Po aktualizaci).
2. Znázorněte rozdíl $B - A$.
3. Znázorněte doplněk A' .


Příklad 4: Koláčový a sloupcový graf

Zadání: Mějme k dispozici známky studentů z nějakého předmětu. Graficky znázorněte absolutní a relativní četnosti. Dále vytvořte koláčový a sloupcový graf.



Obrázek 10: Celkový náhled




Konstrukce

1.		Zobrazit → Tabulka
2.		Zobrazí vstupní pole Tabulky.

Vytvoříme tabulku. Do sloupce A zadáme varianty a do sloupce B počet.

	A	B	C
1	známka	f	
2	1	15	
3	2	22	
4	3	35	
5			

S tabulkou pracujeme obdobně jako v Excelu.

3.		Uřídíme celkový počet udělených známek. Do buňky B5 zapíšeme: =suma (B2 : B4)
4.		Uřídíme relativní četnosti jednotlivých známek. V případě první známky zapíšeme do buňky C2: =B2/\$B5\$
5.		Hodnoty relativních četností pro zbývající známky obdržíme potáhnutím za pravý dolní roh.

	A	B	C	D
1	známka	f	φ	
2	1	15	0.21	
3	2	22	0.31	
4	3	35	0.49	
5	celkem	72		
6				

Některé charakteristiky lze určit i přímo v tabulce. Klikneme do libovolné buňky a zvolíme možnost



pro součet,



počet,



pro průměr,



pro minimální a




pro maximální hodnotu.

Následně označíme data, pro která chceme charakteristiku vypočítat.



Vytvoříme histogram (sloupcový graf). Nejprve si otevřeme Nákresnu (*Zobrazit* → *Nákresna*).

6.	<input type="text" value="Vstup:"/>	Do vstupního pole zadáme příkaz: <code>SloupcovyGraf[A2:A4, B2:B4]</code>
----	-------------------------------------	---

Vytvoříme koláčový graf. Otevřeme Nákresnu2 (*Zobrazit* → *Nákresna2*). Klikneme pravým tlačítkem myši do Nákresny2 a skryjeme osy.

7.		Vytvoříme kružnici danou středem a bodem (v nákresně2 se nám objeví kromě kružnice ještě střed A a bod B).
----	---	--

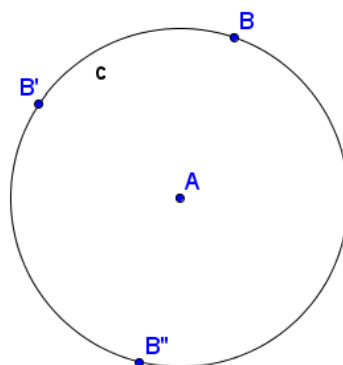
V tabulce četností si dopočteme úhly.

8.		Spočítáme úhel pro výseč první známky. Do buňky D2 zapíšeme: =C2*360°
9.		Potáhnutím za pravý dolní roh dopočteme hodnoty i pro ostatní možnosti.

Na kružnici vyneseme body posunuté o příslušný úhel.


10.	<input type="text" value="Vstup:"/>	Do vstupního pole zadáme příkaz: <code>Rotace[B, D2, A]</code>
11.	<input type="text" value="Vstup:"/>	Do vstupního pole zadáme příkaz: <code>Rotace[B', D3, A]</code>
12.	<input type="text" value="Vstup:"/>	Do vstupního pole zadáme příkaz: <code>Rotace[B'', D4, A]</code>

Poslední posunutí není potřeba.



Nyní přejdeme k vytvoření jednotlivých výsečí.

13.	<input type="text" value="Vstup:"/>	Do vstupního pole zadáme příkaz: <code>KruhovaVysecDanaUhlem[A, B, B']</code>
14.	<input type="text" value="Vstup:"/>	Do vstupního pole zadáme příkaz: <code>KruhovaVysecDanaUhlem[A, B', B'']</code>
15.	<input type="text" value="Vstup:"/>	Do vstupního pole zadáme příkaz: <code>KruhovaVysecDanaUhlem[A, B'', B]</code>

Pozn.: Vzhledem k tomu, že většina příkazů má svůj ekvivalent v nástroji, který můžeme nalézt na liště nástrojů, tak můžeme použití příkazu `KruhovaVysecDanaUhlem` v krocích 13-15 nahradit nástrojem .

Vyzkoušejte:

Jednotlivým částem koláčového grafu můžeme také změnit barvu, skrýt body a přidat popisky, případně legendu.

Přehled vybraných příkazů

Operace

sčítání	+
odčítání	-
násbení	* nebo mezera
dělení	/
mocnina	^ nebo <input type="text" value="2"/> , <input type="text" value="3"/>
závorky	()

Priorita operací

priorita	operace
1.	^
2.	* /
3.	+ -

Rovnost, nerovnost

operace	výběr	kláv.	příklad
rovnost	$\stackrel{?}{=}$	==	$a \stackrel{?}{=} b$ nebo $a == b$
nerovnost	\neq	!=	$a \neq b$ nebo $a != b$

Porovnání hodnot (čísla a, b)

operace	výběr	kláv.	příklad
menší než	<	<	$a < b$
větší než	>	>	$a > b$
menší nebo roven	\leq	<=	$a \leq b$ nebo $a <= b$
větší nebo roven	\geq	>=	$a \geq b$ nebo $a >= b$

Množinové operace

operace	výběr	příklad
je prvkem	\in	$a \in \text{seznam}$
je podmnožinou	\subseteq	$\text{seznam1} \subseteq \text{seznam2}$
je vlastní podmnožinou	\subset	$\text{seznam1} \subset \text{seznam2}$
rozdíl množin	\setminus	$\text{seznam1} \setminus \text{seznam2}$

Logické operace (booleovské hodnoty a, b)

operace	výběr	kláv.	příklad
a (konjunkce)	\wedge	&&	$a \wedge b$ nebo $a \&\& b$
nebo (disjunkce)	\vee		$a \vee b$ nebo $a b$
negace	\neg	!	$\neg a$ nebo $!a$

Operace pro vektory

skalární součin	* nebo mezera
vektorový součin	\otimes

Matematické funkce

absolutní hodnota $ x $	abs()
druhá odmocnina \sqrt{x}	sqrt()
třetí odmocnina $\sqrt[3]{x}$	cbrt()
exponenciální funkce e^x	exp() nebo e^x
přirozený logaritmus $\ln(x)$	ln() nebo log()
dekadický logaritmus $\log(x)$	lg() nebo log(10,)
logaritmus o základu a $\log_a(x)$	log(a,)
sinus $\sin(x)$	sin()
kosinus $\cos(x)$	cos()
tangens $\operatorname{tg}(x)$	tan()
kotangens $\operatorname{cotg}(x)$	cot()
arkussinus $\arcsin(x)$	asin() nebo arcsin()
arkuskosinus $\arccos(x)$	acos() nebo arccos()
arkustangens $\operatorname{arctg}(x)$	atan() nebo arctan()

Méně používané funkce

signum	sgn()
logaritmus o základu 2	ld()
sekans	sec()
kosekans	cosec()
hyperbolický sinus	sinh()
hyperbolický kosinus	cosh()
hyperbolický tangens	tanh()
hyperbolický kotangens	coth()

Konstanty

Ludolfovo číslo $\pi = 3.14\dots$	π nebo pi nebo Alt+p
Eulerovo číslo $e = 2.71\dots$	e nebo Alt+e
nekonečno ∞	∞ nebo Alt+u
imaginární jednotka $i = \sqrt{-1}$	i nebo Alt+i

Ostatní

x-souřadnice	x()
y-souřadnice	y()
zaokrouhlení	round()
zaokrouhlení dolů	floor()
zaokrouhlení nahoru	ceil()
faktoriál	!
náhodné číslo mezi 0 a 1	random()



<http://ggi.vsb.cz>

<http://www.geogebra.org/geogebra+institute+of+ostrava>
